

2025 年全国硕士研究生招生考试模拟试题 01 数学一答案速查

一、选择题

- (1) (A) . (2) (D) . (3) (B) . (4) (B) . (5) (A) .
(6) (B) . (7) (B) . (8) (A) . (9) (C) . (10) (D) .

二、填空题

- (11) $(e-1)\ln(e-1)-(e-1)$ (12) $dz = -2dx + dy$
(13) $z = 2x + 2y - 3$ (14) $\frac{1}{6}(e-1)$.
(15) -50 . (16) $\frac{n+1}{n-1}\sigma^4$.

三、解答题

(17) 证明略.

(18) 当 $k < 4$ 时, 两曲线没有交点; 当 $k = 4$ 时, 两曲线仅有一个交点; 当 $k > 4$ 时, 两曲线有两个交点.

(19) P 点坐标为 $\left(\frac{2}{\sqrt{3}}, 1, 1\right)$, 最小值为 $3\sqrt{3}$.

(20) (1) 证明略; (2) $f(x) = e^x - e^{-x}$.

(21) (1) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda_3 = -2$; 可相似对角化; (2) $y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$

(22) (1) $k = \frac{2}{3}$, $f_X(x) = \begin{cases} \frac{4x+1}{3}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $f_Y(y) = \begin{cases} y^2, & 0 < y < 1, \\ 2y - y^2, & 1 \leq y < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

(2) $\frac{5}{12}$; (3) $F_Z(z) = \begin{cases} 0, & z < -2, \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{12}z - \frac{1}{48}z^2, & -2 \leq z < -1, \\ \frac{9}{12} + \frac{5}{12}z - \frac{9}{48}z^2, & -1 \leq z < 0, \\ 1, & z \geq 0 \end{cases}$.

2025 年全国硕士研究生招生考试模拟试题 01 数学二答案速查

一、选择题

- (1) (A) . (2) (C) . (3) (D) . (4) (C) . (5) (C) .
(6) (A) . (7) (B) . (8) (A) . (9) (D) . (10) (B) .

二、填空题

- (11) $(e-1)\ln(e-1)-(e-1)$. (12) $\frac{224}{15}\pi$.
(13) $dz = -2dx + dy$. (14) $\frac{7}{3}$
(15) $-\frac{1}{2}\sin^2 x - \ln(1 + \cos^2 x) + C$ 或 $\frac{1}{2}\cos^2 x - \ln(1 + \cos^2 x) + C$
(16) -50 .

三、解答题

- (17) 1. (18) $\left(\frac{15\pi+32}{6\pi+48}, 0\right)$.
(19) (1) 证明略; (2) $f(x) = e^x - e^{-x}$.
(20) 当 $k < 4$ 时, 两曲线没有交点; 当 $k = 4$ 时, 两曲线仅有一个交点; 当 $k > 4$ 时, 两曲线有两个交点.
(21) 证明略; $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \sqrt{3}$.
(22) (1) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda_3 = -2$; 可相似对角化; (2) $y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$

2025 年全国硕士研究生招生考试模拟试题 01 数学三答案速查

一、选择题

- (1) (A) . (2) (A) . (3) (B) . (4) (C) . (5) (A) .
 (6) (B) . (7) (B) . (8) (A) . (9) (C) . (10) (D) .

二、填空题

- (11) $\frac{\pi^2}{2} \ln 2$. (12) $\frac{224}{15} \pi$
 (13) $dz = -2dx + dy$ (14) $\frac{7}{3}$.
 (15) -50 . (16) $\frac{n+1}{n-1} \sigma^4$.

三、解答题

- (17) 1. (18) $\frac{5}{8} \pi + \frac{4}{3}$.

- (19) (1) 证明略; (2) $f(x) = e^x - e^{-x}$.

(20) 当 $k < 4$ 时, 两曲线没有交点; 当 $k = 4$ 时, 两曲线仅有一个交点; 当 $k > 4$ 时, 两曲线有两个交点.

- (21) (1) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda_3 = -2$; 可相似对角化; (2) $y_1^2 - y_2^2 - y_3^2$

- (22) (1) $k = \frac{2}{3}$, $f_X(x) = \begin{cases} \frac{4x+1}{3}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $f_Y(y) = \begin{cases} y^2, & 0 < y < 1, \\ 2y - y^2, & 1 \leq y < 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

- (2) $\frac{5}{12}$; (3) $F_Z(z) = \begin{cases} 0, & z < -2, \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{12}z - \frac{1}{48}z^2, & -2 \leq z < -1, \\ \frac{9}{12} + \frac{5}{12}z - \frac{9}{48}z^2, & -1 \leq z < 0, \\ 1, & z \geq 0 \end{cases}$.

2025 年全国硕士研究生招生考试

模拟试题 01 三卷合一

《高等数学》

第一章 函数、极限、连续

题型考点 极限的反问题

【试题 1】(1.1;2.1;3.1) 设 $f(x)$ 具有二阶连续导数, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0, f''(0) \neq 0$, 若

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{f(x)} - ax - b}{x^2} = c \neq 0, \text{ 则 } ()$$

(A) $a = 0, b = 1, c = \frac{1}{2} f''(0)$

(B) $a = 1, b = 1, c = \frac{1}{2} f''(0)$

(C) $a = 1, b = 0, c = f''(0)$

(D) $a = 1, b = 1, c = f''(0)$

【试题 2】(2.17;3.17) 设函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 的某邻域内连续, $u(x) = f(x) \sin x - x$,

$v(x) = \int_0^{-x} t \ln(1-t) dt$. 若 $u(x)$ 与 $v(x)$ 在 $x \rightarrow 0$ 时是等价无穷小, 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - \cos x}{x^2}$.

题型考点 渐近线

【试题 3】(2.4;3.2) 曲线 $y = x^2 \arctan \frac{1}{x} + \frac{1}{x} \arctan x^2$ 的渐近线有.

- (A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 0 条

题型考点 间断点及其类型

【试题 4】(2.2) 已知 $f(x) = \frac{(x^2 + a^2)(x-1)}{e^{\frac{1}{x}} + b}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有一个可去间断点和一个跳

跃间断点, 则

- (A) $a=1, b=-1$ (B) $a=0, b=1$
(C) $a \neq 0, b=-e$ (D) $a=e, b=-1$

题型考点 数列求极限

【试题 5】(3.11) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n \frac{n}{n+k} \right) \left(1 - \cos \frac{\pi}{\sqrt{n}} \right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

【试题 6】(1.11;2.11) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} (e^{\frac{1}{n}} - 1) \sum_{i=0}^{n-1} e^{\frac{i}{n}} \ln(e^{\frac{2i+1}{2n}} - 1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

【试题 7】(2.21) 已知数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{3}{x_n} \right), n = 1, 2, \dots$, 其中 $x_1 = 1$. 证明数

列 $\{x_n\}$ 收敛, 并求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$.

第二章 一元函数微分学

题型考点 方程根的问题 (零点问题)

【试题 8】(1.18;2.20;3.20) 讨论曲线 $y = 4 \ln x + k$ 与 $y = 4x + \ln^4 x$ 的交点个数.

第三章 一元函数积分学

题型考点 不定积分的计算

【试题 9】(2.15) $\int \frac{\cos x \sin^3 x}{1 + \cos^2 x} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

题型考点 定积分的概念与性质

【试题 10】(2.3) 积分 $\int_a^{a+2\pi} e^{\cos x} \cos x dx$ 的值 ()

- (A) 与 a 无关且恒为正 (B) 与 a 无关且恒为负
(C) 恒为零 (D) 与 a 有关

题型考点 定积分的几何应用：求体积

【试题 11】(2.12;3.12) 由曲线 $y = x^2 - 1$, 直线 $y = -1, x = 2$ 所围成的图形绕 $y = 3$ 旋转一周所得旋转体体积为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

第四章 微分方程

题型考点 微分方程解的结构

【试题 12】(2.7) 具有特解 $y_1 = 2xe^{-x}$, $y_2 = 3e^x$ 的 3 阶常系数齐次线性微分方程是

(A) $y''' - y'' - y' + y = 0$.

(B) $y''' + y'' - y' - y = 0$.

(C) $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0$.

(D) $y''' - 2y'' - y' + 2y = 0$.

题型考点 微分方程的综合题

【试题 13】(1.20;2.19;3.19) 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义, $f'(0) = 2$, 对任意的 $x, y \in (-\infty, +\infty)$, 恒有 $f(x+y) = e^x f(y) + e^{-y} f(x)$ 成立.

(1) 证明 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上可导.

(2) 求 $f(x)$ 的表达式.

第五章 多元函数微分学

题型考点 多元函数微分的概念

【试题 14】(2.5) 设 $z = \varphi(x^2 - y^2)$, 其中 φ 有连续导数, 则 z 满足 ()

- (A) $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ (B) $x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$
(C) $y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ (D) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$

【试题 15】(1.12;2.13;3.13) 已知 $z = f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 的某邻域内连续, 且满足

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{f(x, y) + 2x - y + x^2 y}{x^2 + y^2} = 1, \text{ 则 } dz|_{(0,0)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

第六章 二重积分

题型考点 二重积分的概念与性质

【试题 16】(1.6;2.6) 设 $I_1 = \iint_D \sin \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma, I_2 = 2 \iint_D \sin x^2 \cos y^2 d\sigma,$

$I_3 = \iint_D \sin(x^2 + y^2)^2 d\sigma$, 其中 $D: x^2 + y^2 \leq 1$, 则

- (A) $I_1 > I_2 > I_3$ (B) $I_1 < I_2 < I_3$ (C) $I_1 < I_3 < I_2$ (D) $I_3 < I_1 < I_2$

【试题 17】(3.4) 设 D 是由直线 $y = x, x = \frac{1}{2}$ 及 x 轴所围成的区域, 则二重积分

$$I_1 = \iint_D \sin(x+y)^2 d\sigma, I_2 = \iint_D \sin(x^2+y^2) d\sigma, I_3 = \iint_D \sin(4x^2) d\sigma$$

的大小关系为 ()

- (A) $I_1 < I_2 < I_3$ (B) $I_3 < I_2 < I_1$ (C) $I_2 < I_1 < I_3$ (D) $I_2 < I_3 < I_1$

题型考点 二重积分的计算

【试题 18】(2.14;3.14) $\int_{-1}^2 dx \int_0^1 |x-y| dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

【试题 19】(3.18) 设平面区域 $D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq \sqrt{x^2 + y^2} + x, x \geq 0\}$, 计算二重积分 $\iint_D x(e^{xy} - e^{-xy} + 1) dx dy$.

【试题 20】(2.18) 设平面区域 $D = \{(x, y) | 1 \leq x^2 + y^2 \leq \sqrt{x^2 + y^2} + x, x \geq 0\}$, 求 D 的形心坐标.

第七章 无穷级数 (数一、三)

题型考点 数项级数敛散性的判定

【试题 21】(1.4) 下列级数发散的是 ()

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\frac{1}{n}} \ln(1+x) dx$;

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\alpha) - n\sqrt{n}}{n^2}$;

(C) $\sum_{n=2}^{\infty} \sin\left(n\pi + \frac{1}{\ln n}\right)$;

(D) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(1 + \ln^2 n)}$.

【试题 22】(3.3) 下列命题中正确的是

(A) 设正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 发散, 则 $a_n \geq \frac{1}{n}$ ($n \geq N$).

(B) 设 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_{2n-1} + a_{2n})$ 收敛, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛.

(C) 设 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 至少一个发散, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ 发散.

(D) 设 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛.

【试题 23】(1.17) 设 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 可导, 且 $f'(x)$ 有界, 证明:

(1) 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left[f\left(\frac{1}{n}\right) - f\left(\frac{1}{n+1}\right) \right]$ 绝对收敛;

(2) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$ 存在.

题型考点 傅里叶级数: 狄利克雷收敛定理

【试题 24】(1.2) 设 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 1, & \frac{1}{2} < x < 1, \end{cases}$ $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\pi x$ 是 $f(x)$ 的傅里叶级数, 则

$$S\left(\frac{7}{2}\right) =$$

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) $-\frac{3}{4}$

第八章 空间几何与场论初步 (仅数一)

题型考点 空间曲面的切平面

【试题 25】(1.13) 曲面 $z = \frac{x^2}{2} + y^2$ 平行于 $z = 2x + 2y$ 的切平面方程为: _____.

第九章 三重积分与线面积分 (仅数一)

题型考点 三重积分的计算

【试题 26】(1.14) 三重积分 $I = \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y e^{(1-z)^3} dz =$ _____.

【试题 27】(1.19) 椭球面 S 是椭圆 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \\ z = 0 \end{cases}$ 绕 x 轴旋转而成, $P(x, y, z)$ 为椭球面 S

上位于第一卦限内的点, 过 P 点的平面 π 与椭球面 S 相切, 且与三个坐标面所围成的四面体的体积为 V . 求 P 点坐标, 使得 V 最小, 并求出 V 的最小值.

题型考点 曲线积分

【试题 28】(1.3) 若曲线积分 $I = \int_{(0, \frac{4}{3})}^{(-1, \frac{2}{3})} e^{ax} [\cos(\pi y) dx + \sin(\pi y) dy]$ 与路径无关, a 为常

数, 则

- (A) $a = \pi, I = \frac{1}{2\pi}(e^\pi - 1)$ (B) $a = -\pi, I = \frac{1}{2\pi}(e^\pi - 1)$
 (C) $a = \pi, I = \frac{1}{2\pi}(1 - e^\pi)$ (D) $a = -\pi, I = \frac{1}{2\pi}(1 - e^\pi)$

《线性代数》

第一章 行列式

第二章 矩阵

题型考点 伴随矩阵

【试题 29】(1.15;2.16;3.15) 已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, 则 $|A|$ 的所有代数余子式之和 $\sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 A_{ij} = \underline{\hspace{2cm}}$.

题型考点 矩阵的秩

【试题 30】(1.5;2.8;3.5) 设 A, B 均为三阶非零矩阵, 满足 $AB = O$, 其中

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2a & 1-a & 2a \\ a & -a & a^2-2 \end{pmatrix}, \text{ 则}$$

(A) $a = 2$ 时, 必有 $r(A) = 1$

(B) $a = 2$ 时, 必有 $r(A) = 2$

(C) $a = -1$ 时, 必有 $r(A) = 1$

(D) $a = -1$ 时, 必有 $r(A) = 2$

第三章 向量组与线性方程组

第四章 相似理论与二次型

题型考点 相似矩阵

【试题 31】(1.7;2.10;3.7) 矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ a & b & a \\ 1 & a & 1 \end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix} 2 & a & b \\ 0 & 2 & c \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 相似的充分必要条件为 ()

- (A) $a=0, b=2, c=2$ (B) $a=0, b=2, c$ 为任意常数
(C) $a=0, b=0, c=0$ (D) $a=2, b=2, c$ 为任意常数

题型考点 相似对角化

【试题 32】(1.21;2.22;3.21) 已知 A 为三阶矩阵, 且各行元素之和全为

$$0. \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & a & 0 \\ 0 & a & a-1 \end{pmatrix}, \text{ 满足 } \mathbf{AB} + 2\mathbf{B} = \mathbf{O}.$$

- (1) 求 A 的特征值, 并判断 A 是否可相似对角化.
(2) 求二次型 $f(x_1, x_2, x_3) = \mathbf{x}^T \mathbf{B} \mathbf{x}$ 的规范形.

题型考点 矩阵的等价、相似、合同

【试题 33】(1.6;2.9;3.6) 设 $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 则下列矩阵中与 A 合同, 但不相似的是

- (A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ (B) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (C) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ (D) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

《概率论与数理统计》

第一章 事件与概率

第二章 随机变量及其分布

题型考点 二维随机变量的分布

【试题 34】(1.22;3.22) 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x+y), & 0 \leq x \leq 1, x \leq y \leq x+1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

随机变量 U 服从分布 $B\left(2, \frac{1}{2}\right)$, 且 U 与 X, Y 均独立. 记随机变量 $Z = U(X - Y)$.

(1) 求常数 k 及边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$.

(2) 求条件概率 $P(Y \leq 1 | X = \frac{1}{2})$.

(3) 求 Z 的分布函数 $F_Z(z)$.

第三章 数字特征

题型考点 相关系数

【试题 35】(1.8;3.8) 设随机变量 X 与 Y 均服从 $B(1, \frac{1}{2})$ 分布, 且 $E(XY) = \frac{1}{2}$. 记 X 与 Y 的相关系数为 ρ , 则

- (A) $\rho = 1$. (B) $\rho = -1$. (C) $\rho = 0$. (D) $\rho = \frac{1}{2}$.

第四章 大数定律与中心极限定理

题型考点 中心极限定理

【试题 36】(1.9;3.9) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自总体 $U(0, 1)$ 的一个样本, 根据中心极限定理, 当 n 充分大时, 统计量 $\sum_{i=1}^n X_i^2$ 近似服从

- (A) $\chi^2(n)$ (B) $N(n, 2n)$ (C) $N\left(\frac{n}{3}, \frac{4n}{45}\right)$ (D) $N\left(\frac{1}{3}, \frac{4}{45n}\right)$

第五章 统计初步

题型考点 三大抽样分布

【试题 37】(1.10;3.10) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 统计量

$$Y = n \left(\frac{\bar{X} - \mu}{S} \right)^2, \text{ 则 } (\quad)$$

(A) $Y \sim \chi^2(n-1)$. (B) $Y \sim t(n-1)$. (C) $Y \sim F(n-1, 1)$. (D) $Y \sim F(1, n-1)$.

【试题 38】(1.16;3.16) 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本,

$$\text{记 } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \quad S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \text{ 则 } E(S^4) = \underline{\hspace{2cm}}.$$