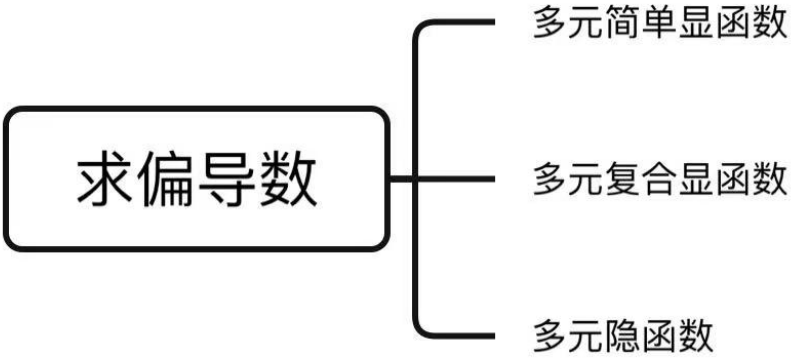
第五讲　求偏导数



一、二元函数及偏导数的概念

二、偏导数的计算

1. 多元简单显函数

【例 1】（16-2,3）已知函数 $f(x,y)=\dfrac{\mathrm{e}^x}{x-y}$，则（　　）

（A）$f_x'-f_y'=0$.　　（B）$f_x'+f_y'=0$.

（C）$f_x'-f_y'=f$.　　（D）$f_x'+f_y'=f$.

【例 2】设 $z=f\left(x^2-y^2\right)$，其中 $f(u)$ 可导，且 $f'(0)=1$，则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,1)}=$________.

2. 多元复合显函数

“分层用乘、分叉用加、单路全导、叉路偏导”

【例 1】设 $z=u^2+v^2+uv$，且 $u=\mathrm{e}^x, v=\sin x$，求 $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}$.

【例 2】设 $z=f\left(\dfrac{x^2}{y}, 2y\right)$，其中 f 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 与 $\left.\dfrac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}\right|_{(1,1)}$.

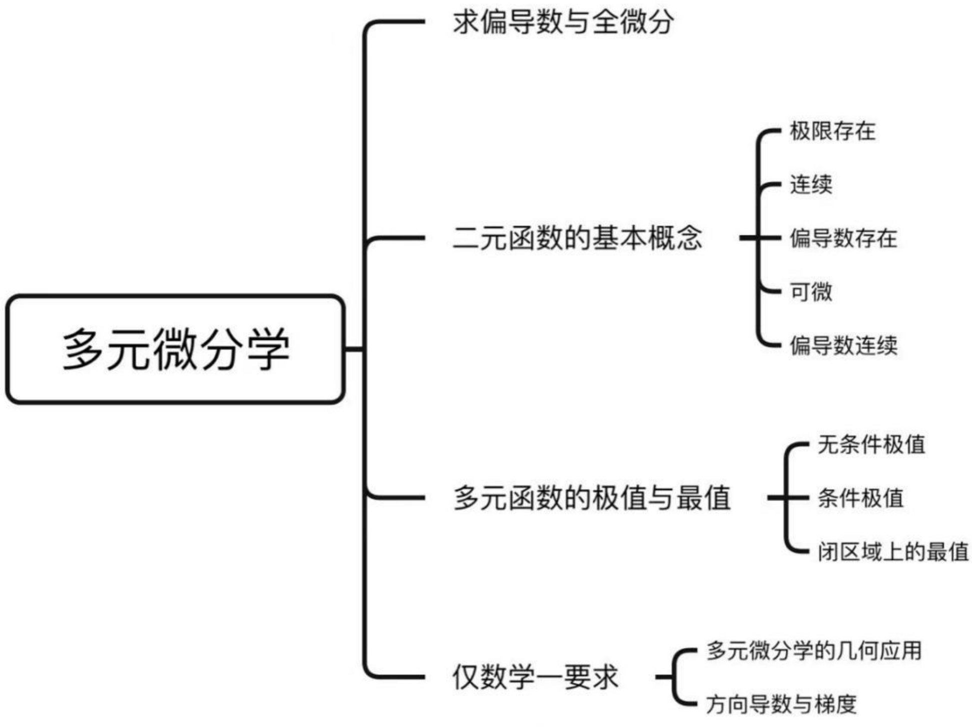
3. 多元隐函数

对于 $F(x,y,z)=0$，当 $F_z'\neq 0$ 时，

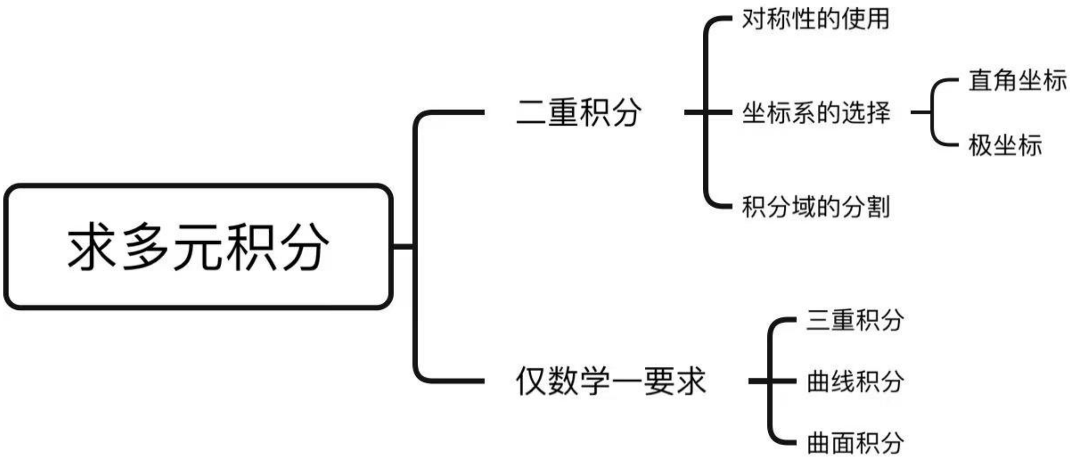
$$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F_x'}{F_z'},\ \frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F_y'}{F_z'}.$$

【例 1】（**23-2**）设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\mathrm{e}^z+xz=2x-y$ 确定，则 $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right|_{(1,1)}=$__________.

【例 2】（**15-1**）若函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $\mathrm{e}^z+xyz+x+\cos x=2$ 确定,则 $\mathrm{d}z\big|_{(0,1)}=$________.


多元微分学
求偏导数与全微分
二元函数的基本概念
极限存在
连续
偏导数存在
可微
偏导数连续
多元函数的极值与最值
无条件极值
条件极值
闭区域上的最值
仅数学一要求
多元微分学的几何应用
方向导数与梯度

第六讲 求多元积分


求多元积分
二重积分
对称性的使用
坐标系的选择
直角坐标
极坐标
积分域的分割
仅数学一要求
三重积分
曲线积分
曲面积分

一、二重积分 $\iint\limits_{D} f(x,y)\mathrm{d}\sigma$

1. 概念

2. 对称性

（1）普通对称性

$$\iint\limits_{D} f(x,y)\mathrm{d}\sigma=\begin{cases}0, & \begin{cases}f(-x,y)=-f(x,y),\\ D\text{关于}y\text{轴对称}\end{cases} \text{或}\begin{cases}f(x,-y)=-f(x,y),\\ D\text{关于}x\text{轴对称},\end{cases}\\ 2\iint\limits_{D_1} f(x,y)\mathrm{d}\sigma, & \begin{cases}f(-x,y)=f(x,y),\\ D\text{关于}y\text{轴对称}\end{cases} \text{或}\begin{cases}f(x,-y)=f(x,y),\\ D\text{关于}x\text{轴对称},\end{cases}\end{cases}$$

其中 D_1 为 D 在 y 轴或 x 轴一侧的部分.

（2）轮换对称性

若 D 关于直线 $y=x$ 对称,则

$$\iint\limits_{D} f(x,y)\mathrm{d}\sigma=\iint\limits_{D} f(y,x)\mathrm{d}\sigma=\frac{1}{2}\iint\limits_{D}\left[f(x,y)+f(y,x)\right]\mathrm{d}\sigma$$