

2025
GAOTU

第十章 古典概型难点突破

讲师

陈剑



下载App



关注公众号

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060



陈剑老师简介

- ✓ 清华大学博士，**考试大纲解析人**，**标准化辅导体系**首创人。
- ✓ 自02年从事考试辅导**22年**以来，对**考点、重点、难点**全面、深刻、透彻的把握，特别是必考点的把握出神入化。
- ✓ 其编写的《**数学高分指南**》、《**讲真题**》、《**数学1000题**》已成为业内传播的经典。
- ✓ 所带领的黄金教学团队，更是以无与伦比的连续性、系统性和考生的大面积高分而受到广大莘莘学子的爱戴！

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

教学目标

- 1.掌握配对问题
- 2.掌握定序问题
3. 掌握部分相同元素排序
4. 古典概型难点突破

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

考点 9- 03- 06

配对问题

一、考点讲解

1. 题目特征

配对问题主要以鞋子或手套来作为命题对象，核心在于成双或不成双.

2. 解法

对于成双问题很容易思考，直接选取整双即可，对于不成双问题，要先取双，然后从每双中取左右单只即可.

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

三、命题方向

考向 1 成双与不成双

- **思路** 对于成双问题很容易思考，直接选取整双即可，比如 n 双选 k 双，直接写 C_n^k 即可。对于不成双问题，要先取双，然后从每双中取左右单只即可。比如 n 双选 k 只不成双的，要先选 k 双，再每双各取一只，公式为 $C_n^k 2^k$ 。

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例 21] 10 双不同的鞋子，从中任意取出 4 只，则

(1) 4 只鞋子恰为两双的情况有()种.

(A) 30 (B) 35 (C) 40 (D) 45 (E) 55

(2) 4 只鞋子没有成双的情况有()种.

(A) 3240 (B) 3260 (C) 3320 (D) 3360 (E) 3380

(3) 4 只鞋子恰有 1 双的情况有()种.

(A) 1440 (B) 1420 (C) 1320 (D) 1220 (E) 1120

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

考点 9-03-07 定序

一、考点讲解

在对元素排列时，出现部分元素顺序固定（比如身高、大小等），要除以定序数量的阶乘，以消除排序；或者用组合法，对于定序元素，只需选位置即可，无需排序。

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

三、命题方向

考向 1 元素定序

- **思路** 先将 n 个元素进行全排列有 $n!$ 种, m 个元素的全排列有 $m!$ 种, 由于要求 m 个元素次序一定, 因此只能取其中的某一种排法, 可以利用除法起到去掉排序的作用, 即若 n 个元素排成一行, 其中 m 个元素次序一定, 共有 $\frac{n!}{m!}$ 种排列方法. 或者用组合法, 对于定序元素, 只需选位置即可, 无需排序.

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例 22] 有 4 个男生，3 个女生，高矮互不相等，现将他们排成一行，要求从左到右，女生从矮到高排列，有()种排法.

- (A) 660 (B) 680 (C) 720 (D) 840 (E) 860

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

考向 2 位置定序

- **思路** 在所给位置中，某些位置有大小顺序要求，直接用组合法，选好元素放位置时无需排序.

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例 23] 用 0, 1, 2, 3, 4, 5 共六个数字组成没有重复数字的三位数, 其中百位 $>$ 十位 $>$ 个位的三位数有()个.

- (A) 20 (B) 22 (C) 24 (D) 28 (E) 32

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

效果检测

[例 24] 用 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 共七个数字组成没有重复数字的四位数, 其中千位 $<$ 百位 $<$ 十位的四位数有()个.

(A) 66

(B) 70

(C) 74

(D) 80

(E) 90

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

考点 9- 03- 08

部分相同元素排序

一、考点讲解

出现部分相同元素的排序，可以采用除法消序. 或者用组合法，只需选位置，不用排序.

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

三、命题方向

考向 1 部分元素相同

- **思路** 在对元素排列时，出现部分元素相同（没有区别），要除以相同元素数量的阶乘，以消除排序。比如 n 个元素中，有 k 个元素相同，其他元素不同，则排序的方法数为 $\frac{n!}{k!}$ 。或者对于相同元素，采用组合选取位置，无需考虑顺序。

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例 25] 信号兵把红旗与白旗从上到下挂在旗杆上表示信号，现有 3 面红旗、2 面白旗，把这 5 面旗都挂上去，可表示不同信号的种数是()。

- (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 30 (E) 40

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

效果检测

[例 26] 有 2 个 a , 3 个 b , 4 个 c 共九个字母排成一排, 有()种排法.

- (A) 1160 (B) 1280 (C) 1220 (D) 1240 (E) 1260

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

考向 2 数字问题

- **思路** 对于某些有要求的数字问题（比如首位不能为 0），可以先考虑首位，再考虑其他数位.

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例 27] 用以下所给的数字组成 6 位数，求可以组成六位数的个数.

(1) 用 1, 1, 2, 2, 3, 3 可以组成 () 个六位数.

(A) 30 (B) 60 (C) 90 (D) 120 (E) 160

(2) 用 0, 1, 1, 2, 2, 2 可以组成 () 个六位数.

(A) 50 (B) 60 (C) 100 (D) 120 (E) 180

(3) 用 0, 0, 1, 2, 2, 2 可以组成 () 个六位数.

(A) 30 (B) 40 (C) 60 (D) 80 (E) 120

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

模块 10-01 古典概型

考点 10-01-01 基本理论知识

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

7. 计算公式

在古典概型的情况下，事件 A 的概率定义为

$$P(A) = \frac{\text{事件 } A \text{ 包含的基本事件数 } k}{\text{样本空间中基本事件总数 } n}$$

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

8. 理解

对于古典概率，需要用排列组合分别计算分子和分母的情况数，然后用比值表示发生的概率。古典概型的分母相当于总情况数，比较容易求解，分子求解难度较大。

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

考点 10-01-02 取样古典概率

一、考点讲解

1. 取样方式

取样方式 $\left\{ \begin{array}{l} \text{逐次取样} \left\{ \begin{array}{l} \text{有放回取样: 样本不变} \\ \text{无放回取样: 样本逐一减少} \end{array} \right. \\ \text{一次取样: 所取元素不考虑顺序} \end{array} \right.$

2. 有编号的样本取样

当涉及编号运算时，往往结合列举法分析。

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

三、命题方向

考向 1 取样方式

- **思路** 取样方式分为逐次取样（有放回、无放回）和一次性取样。逐次取样注意顺序，一次性取样不考虑顺序。逐次无放回的概率等于一次取样概率。

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例 3] 袋中有 5 个黑球，3 个白球，关于下表中的概率，叙述正确的有（ ）个.

取样方式	2 黑的概率	1 黑 1 白的概率	至少 1 黑的概率
一次取 2 个球	p_1	p_2	p_3
有放回取 2 次，每次取 1 个球	p_4	p_5	p_6
无放回取 2 次，每次取 1 个球	p_7	p_8	p_9

(1) $p_3 = p_9$; (2) $p_2 = p_5$; (3) $p_5 > p_8$; (4) $p_1 = p_7 < p_4$; (5) $p_1 + p_2 = p_7 + p_8$.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

考向 2 取球得分

- **思路** 根据得分讨论所取样品的情况，再写概率表达式.

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例 4] 袋中有 6 只红球、4 只黑球，今从袋中随机取出 4 只球，设取到一只红球得 2 分，取到一只黑球得 1 分，则得分不大于 6 分的概率是()。

- (A) $\frac{23}{42}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{25}{42}$ (D) $\frac{13}{21}$ (E) $\frac{11}{21}$

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

考向 3 **取样编号**

- **思路** 遇到有编号的取样，往往涉及编号的运算，可结合列举法分析.

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

[例 5] 一袋中装有大小相同，编号分别为 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 的八个球，从中有放回地每次取一个球，共取 2 次，则取得两个球的编号和不小于 15 的概率为()。

- (A) $\frac{1}{32}$ (B) $\frac{1}{64}$ (C) $\frac{3}{32}$ (D) $\frac{3}{64}$ (E) $\frac{5}{64}$

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

效果检测

[例 6] 从编号为 1, 2, ..., 10 的 10 个大小相同的球中任取 4 个, 则所取 4 个球的最大号码是 6 的概率为().

- (A) $\frac{1}{84}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{21}$ (E) $\frac{1}{20}$

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

5. (2015-I) 信封中装有 10 张奖券，只有 1 张有奖。从信封中同时抽取 2 张奖券，中奖的概率记为 P ；从信封中每次抽取 1 张奖券后放回，如此重复抽取 n 次，中奖的概率记为 Q ，则 $P < Q$ 。

(1) $n = 2$.

(2) $n = 3$.

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

某商场利用抽奖方式促销，10 个奖券中设有 2 个一等奖、8 个二等奖，则一等奖先于二等奖抽完的概率为 ()。

- A. 0.3 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.7 E. 0.8

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

甲乙两种品牌手机共有 20 部，任选 2 部，恰有 1 部甲品牌手机的概率为 p ，则 p 的最大值为 ().

- A. $\frac{5}{19}$ B. $\frac{6}{19}$ C. $\frac{8}{19}$ D. $\frac{10}{19}$ E. $\frac{13}{19}$

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

模块 10-03 常考古典概率

考点 10-03-01 分房古典概率

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

一、考点讲解

1. 方法介绍

分房问题也就是放球进箱问题，这一类问题实际上是古典概型中的一个数学模型，就是把一些球随意地放到盒子或者是箱子中去，要求不同，放的方法也就不同。样本点数的计算方法既会用到排列数，又会用到组合数。

2. 方法应用

分房问题经常会用到方幂法，也就是可重复元素的排列问题，一定要注意次方的书写次序，不要把数字写反了。

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

三、命题方向

考向 1 房间可空

- **思路** 如果房间可空（房间中的人数无限制），则需要用方幂法，公式为： m 个人去 n 个房间，有 n^m 种方法.

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例1] 将3人分配到4间房的每一间中，若每人被分配到这4间房的每一间房中的概率都相同，则第一、二、三号房中各有1人的概率是()。

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{3}{16}$ (D) $\frac{3}{32}$ (E) $\frac{3}{64}$

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例2] 某宾馆有6间客房，现要安排4位旅游者，每人可以进住任意一个房间，且进住各房间是等可能的. 事件A：指定的4个房间各有1人；事件B：恰有4个房间各有1人；事件C：指定的某房间中有2人；事件D：一号房间有1人，二号房间有2人；事件E：至少有2人在同一个房间. 则下列叙述错误的为().

(A) $P(A) = \frac{1}{54}$

(B) $P(B) = \frac{5}{18}$

(C) $P(C) = \frac{29}{216}$

(D) $P(D) = \frac{1}{27}$

(E) $P(E) = \frac{13}{18}$

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

效果检测

[例3] 将2个红球与1个白球随机地放入甲、乙、丙三个盒子中，则乙盒中至少有1个红球的概率为().

- (A) $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{8}{27}$ (C) $\frac{4}{9}$ (D) $\frac{5}{9}$ (E) $\frac{17}{27}$

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

考向 2 房间不可空

- **思路** 如果房间不可空（或房间中的人数有限制），则需要先分堆，再排序，此时不能用方幂法.

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例4] 某宾馆有4间客房，现要安排6位旅游者，每人可以进住任意一个房间，且进住各房间是等可能的，每个房间至少住一个人. 事件 A : 甲乙在同一个房间；事件 B : 甲乙丙在同一个房间；事件 C : 指定的某房间中有2人；事件 D : 一号房间有1人，二号房间有2人；事件 E : 至多有2人在同一个房间. 则下列叙述错误的为().

(A) $P(A) = \frac{2}{13}$

(B) $P(B) = \frac{1}{65}$

(C) $P(C) = \frac{7}{13}$

(D) $P(D) = \frac{3}{13}$

(E) $P(E) = \frac{9}{13}$

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

考点 10-03-02 数字古典概率

一、考点讲解

1. 方法介绍

对于数字相关的古典概型，要注意数字是否可以重复使用，如果数字可以重复使用，那么就会结合方幂法。此外，数字问题常用元素位置法，将每个数字看成元素，将每个数位看成位置。有时数字还会涉及运算式，也就是所取的数字要满足某表达式，此时要用列举法分析。

2. 方法应用

对于考试出现的几位数问题、编码或编号问题、数字表达式运算问题等，都属于此类题目。

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

三、命题方向

考向 1 多位数

- **思路** 多位数常考的有：奇数、偶数、整除（2、3、5、9）。根据数位来进行分析，注意0的讨论。

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例 5] 从数字 1, 2, 3, 4, 5 中任取 3 个, 组成没有重复数字的三位数, 则

(1) 三位数是 5 的倍数的概率为().

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{3}{32}$ (E) $\frac{3}{64}$

(2) 三位数是偶数的概率为().

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{3}{32}$ (E) $\frac{3}{64}$

(3) 三位数大于 400 的概率为().

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{3}{32}$ (E) $\frac{3}{64}$

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

考向 2 多个数

- **思路** 多个数常结合数列分析，或利用列举法分析。对于数列，不要忘记公差为 0 或公比为 1 的特殊数列。

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例 6] 将一骰子连续抛掷三次，它落地时向上的点数依次成等差数列的概率为().

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{15}$ (D) $\frac{1}{18}$ (E) $\frac{1}{27}$

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

考向 3 试密码

- 思路 对于试密码的考题，第 k 次尝试成功意味着前 $k-1$ 次没有成功.

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

[例 7] 某人忘记三位号码锁（每位均有 0 ~ 9 十个数码）的最后一个数码，因此在正确拨出前两个数码后，只能随机地试拨最后一个数码，每拨一次算作一次试开，则他在第 4 次试开时才将锁打开的概率是()。

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{10}$ (E) $\frac{1}{20}$

**后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060**

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

效果检测

[例8] 储蓄卡上的密码是一种四位数字号码，每位上的数字可在0到9这10个数字中选取.

(1) 如果随意按下一个四位数字号码，正好按对这张储蓄卡密码的概率为().

- (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{100}$ (C) $\frac{1}{1000}$ (D) $\frac{1}{10000}$ (E) $\frac{3}{10000}$

(2) 某人忘记密码，则恰好第三次尝试成功的概率为().

- (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{100}$ (C) $\frac{1}{1000}$ (D) $\frac{1}{10000}$ (E) $\frac{3}{10000}$

(3) 若连续输错3次，则银行卡将被锁定，若某人忘记密码，他能尝试成功的概率为().

- (A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{100}$ (C) $\frac{1}{1000}$ (D) $\frac{1}{10000}$ (E) $\frac{3}{10000}$

考向 4 与几何图形结合考查

- **思路** 根据几何图形的要求，往往结合列举法求解分析.

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

如图 10-6 所示，已知相邻的圆都相切，从这 6 个圆中随机取 2 个，这 2 个圆不相切的概率为 ().

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{15}$
D. $\frac{7}{15}$ E. $\frac{8}{15}$

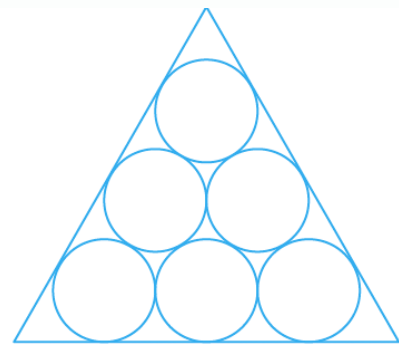


图 10-6

课程总结

- 1.定序及部分相同元素的排序
- 2.取样古典概率难点
- 3.理解不同取样方式的区别
- 4.分房古典概率的易错点

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

不轻言放弃，天道酬勤
刻苦拼搏，书写辉煌！

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

THANKS

- 期待下次相遇 -



下载App



关注公众号

后续更新关注公众号[发普]
永久联系微信 4550060

